

## «الأبعاد» بين اللغة والرياضيات

محمود باكير

من الكلمات التي شاع استخدامها حديثاً في اللغة العربية كلمة «أبعاد»، التي تستخدم على نطاق واسع في العديد من أدبياتنا المعاصرة. فقلما نجد مقالاً سياسياً، أو اقتصادياً، أو اجتماعياً، يخلو منها. وقد أضحت من المفردات التي لا يمكن الاستغناء عنها في التعبير عن الكثير من المواقف والقضايا المختلفة. بل قد ذهب البعض في استخدامها للدلالة على عصريّة الأسلوب، ومواكبته للتطور، على الرغم من أن بعض هذه الاستخدامات تجانب روح هذه الكلمة.

وتنبع أهميتها من أننا قد لا نعثر على كلمة أخرى في اللسان العربي تماثلها في المعنى. كما أنه من الصعوبة بمكان أن نجد مفردة أخرى تتقاطع معها بالمدلول، وتضطلع بالدور المرجو منها، وهو غير قليل.

وجل ما نرمي إليه بلورة هذا المفهوم، وإغناؤه، انطلاقاً من أرضية رياضية، لتتضح ماهيته، ولتخلص من ضبايته؛ معتمدين في ذلك على أن للعلوم، وفي طليعتها العلوم الرياضية، أثراً بيّناً في إغناء دلالات الكثير من المفردات اللغوية وتعميقها. فالبيئة الرياضية وسط ملائم لاستنبات معاني بعض المفردات اللغوية، وذلك لتأخذ دلالات أكثر وضوحاً وعمقاً، بعد استعارتها - من اللغة - للاستخدامات الرياضية البحتة. والرياضيات، بحدّ ذاتها، ليست مزرعة لغوية لإكثار المجاز اللغوي، بل إن ذلك يأتي محصلة

---

(\*) نشر الأستاذ محمود باكير في مجلة المجمع (مج ٧١، ج ٢ ص ٢٥٩ - ٢٧٠) مقالة

بعنوان: «الرقم والعدد بين اللغة والرياضيات» [المجلة].

لاستخدام مفردات اللغة استخداماً صارماً ضمن الإطار الرياضي، ونتيجةً لطبيعة الرياضيات في إيضاح بعض المفاهيم وبلورتها. ولا غرو في كل ذلك إن كان هدفنا في النتيجة هو إغناء لغتنا العربية، وأداتنا في ذلك واحد من أهم علوم هذا العصر. يقول الدكتور عمر فروخ: «إذا كان من غير الممكن أن نبني دراساتنا في الأدب والفلسفة على أسس المنطق وقواعد العلم بناء تاماً، فإن من غير المعقول أن نجانب هذه الأسس والقواعد في دراسة الأدب والفلسفة مجانبة تامة. إن العرب لم يألفوا بعد في تاريخهم الحديث معاناة العلوم الرياضية والطبيعية»<sup>(١)</sup>. كما يقول في موضع آخر: «إن الدراسات الأدبية والفلسفية لا تزال في الشرق العربي متأخرة جداً عما وصلت إليه مثيلاتها في الغرب الأوربي والأميركي بعاملين أساسيين لا حيلة لنا نحن اليوم فيهما. إن الدراسة الأدبية والفلسفية في الغرب بدأت بعد أن خطأ الغرب خطأً واسعاً في العلوم الرياضية والطبيعية والنفسية، فاستفاد الدارسون الغربيون عند معالجة الموضوعات الأدبية والفلسفية من الجهود التي كان علماءهم قد بذلوها في ميادين العلم الخالص. أما نحن فلم يتح لنا بعد مثل ذلك. من أجل ذلك ترانا نتكئ في دراستنا الأدبية والفلسفية على العنصر الشخصي والأسلوب الإنشائي إلا قليلاً»<sup>(٢)</sup>.

هذا وليس ما نسعى إلى القيام به خلطاً بين الرياضيات واللغة، أو بين لغة الرياضيات الخاصة ولغة الكلام العامة، لأن كلمة «أبعاد» في الأساس مفهوم رياضي، ولم تستخدم قديماً خارج هذا الإطار. ومن ثم سيبقى المفهوم اللغوي - إن وجد - أسيراً «لروح» المفهوم الرياضي. ولكي نحسن استخدامهما في المجالات الأخرى لابد أن يكون مفهومها الرياضي واضحاً في ذهننا، وملازماً لنا أثناء ذلك؛ لأن المفهوم الرياضي هو «روح» المفاهيم الأخرى إن لم نقل عينها. ونستطيع أن نقول بصيغة أخرى - من باب

التبسيط - إن المفهوم الرياضي هو كل ما تشترك به الاستخدامات «الصحيحة» لهذه الكلمة، أي أنه تجريد منها. كما نجد أن استخداماتها الأخرى، خارج الإطار الرياضي، - بعد التدقيق والتمحيص - ليست مجازاً كما قد يُظنّ للوهلة الأولى، وذلك إذا أخذنا مفهومها المعاصر (المفهوم الجبري) بعين الاعتبار. لأن المجاز اللغوي، كما عرفه البلاغيون، هو اللفظ المستعمل في غير ما وضع له، لعلاقة مع قرينة مانعة من إرادة المعنى الحقيقي. أي أنه انزياح في استعمال اللفظ عن دلالاته الأصلية إلى دلالة أخرى تُدرك بقرينة. بينما نجد أن المفهوم الجبري (وهو تعميم للمفهوم الهندسي)<sup>(٣)</sup> يسمح لنا باستخدامها في أي إطار، وبالتالي ينتفي الانزياح الذي يسوغ المجاز.

### بعض الاستخدامات الخاطئة

في إحدى المجلات العربية الراقية والواسعة الانتشار، ورد مقال بعنوان: «حق تقرير المصير: البعد الفلسطيني». والعنوان يعني ضمن ما يعنيه أن لحق تقرير المصير عدة أبعاد، منها البعد الفلسطيني. وهذا يعني أن هناك أبعاداً أخرى لم تذكر لعدم الحاجة، منها مثلاً: البعد الإيرلندي، والبعد الناميبي، وغير ذلك. وهذا يوحي بأن «حق تقرير المصير» مكون من هذه الشعوب المغلوبة، التي تناضل للحصول على حقها في تقرير مصيرها. وحينما ينال أحد هذه الشعوب ما يصبو إليه، فإن عدد أبعاد هذه العبارة ينقص واحداً، وهكذا دواليك مع تحقيق تطلعات هذه الشعوب. وفي نهاية المطاف، وعندما ينتهي القهر والاضطهاد، وتنعم جميع الشعوب المقهورة بحريتها، فإن «حق تقرير المصير» يغدو معدوم البعد. عندئذ سنجد أنه لم يعد لهذا المصطلح السياسي أي وجود، وهذا مخالف لكينونة المفهوم، لأنه على الرغم من أن الدوافع لولادة هذا المفهوم وبلورته، هي وجود شعوب

مقهوره، إلا أن مفهوم البعد باق على مر الزمن، بغض النظر عن بقاء هذه الدوافع أو زوالها. الرق زال وانتفى، إلا أن مفهوم الرق باق. وإذا أردنا البحث عن أبعاد «حق تقرير المصير»، وتشخيصها، فإن ذلك ليس صعباً على المهتمين به، وهذا يقتضي منا العودة إلى نشأة المفهوم، والبحث في طبيعته ومكوناته دراسة وتحليلاً، بمعزل عن الشعب الفلسطيني أو غيره من الشعوب. وفي كل الأحوال فإننا نجد، أن الشعب الفلسطيني، أحد أبعاد هذه العبارة. وإذا توخينا الدقة، وأردنا إعادة صياغة العنوان، فيجب أن يصبح: «حق تقرير المصير: المفهوم الفلسطيني». فلربما كان لحق تقرير المصير مفهوم فلسطيني نابع من طبيعة هذه المشكلة الفريدة بتعقيدها. أو يمكن أن يكون: «حق تقرير المصير: الطريق الفلسطيني». وشتان ما بين «مفهوم» أو «طريق» و «بعد». بل الأكثر من ذلك، وفي التحليل النهائي لهذه العبارة، أننا نجد أن «حق تقرير المصير» هو أحد أبعاد القضية الفلسطينية، وهذا خلاف العنوان. ومن ضمن الأخطاء الشائعة جداً، في استخدام كلمة أبعاد، استخدامها بمعنى نتائج. ففي إحدى المجلات العربية، والتي تحظى باحترام الجميع، ورد مقال بعنوان: «التضخم النقدي وأبعاده الاقتصادية والاجتماعية». والعنوان يوحي بأن التضخم عبارة عن مجسم ذي أبعاد ثلاثة، أو أربعة «ما فوق الفضاء Hyperspace»، أو أكثر من ذلك، ومن أبعاده، البعد الاقتصادي، والبعد الاجتماعي. وبعد استعراض المقال، نجد أن الكاتب يتحدث عن نتائج التضخم الاقتصادية والاجتماعية وليس أبعاده. وكان من الأصح والأجدي أن يستخدم كلمة نتائج أو انعكاسات عوضاً عن أبعاد. وتجدر الإشارة هنا، إلى أن الاقتصاد الوطني لبلد ما، يتحرك في فضاء متعدد الأبعاد، أحد أبعاده التضخم، وبعده الثاني الناتج الوطني الإجمالي (G.N.P)، وبعده الثالث البطالة، وغير ذلك من الأبعاد، التي

يصنفها ويشخصها الاقتصاديون. كما أن هناك من يستخدم كلمة أبعاد بمعنى خصائص أو سمات، وهذه أيضاً لا تمت للمعنى بأية صلة. وسنورد الآن مثلاً، من بعض الكتب السياسية، عن استخدام صحيح لهذه الكلمة، ذلك أن بعض التيارات السياسية، ترى أن للنضال القومي عدة أبعاد. فالنضال ضد التخلف بعد من أبعاده، والنضال ضد الهيمنة الأجنبية بعد آخر، والنضال لاسترداد الأراضي العربية المغتصبة بعد ثالث، وهكذا دواليك.

### المفهوم الحدسي للأبعاد

إن أبعاد شيء ما لا تتطابق تماماً مع مكوناته، كما يبدو للوهلة الأولى. فنحن نقول إن مكونات الكتاب هي صفحاته وغلافه، وهذه ليست أبعاده. بينما أبعاد الغرفة هي: الطول والعرض والارتفاع، وهذه بعض مكونات الغرفة، لوجود مكونات أخرى كالسقف مثلاً. وببساطة فإن أبعاد شيء ما هي المكونات التي تعطي الهيكل الأساسي لذلك الشيء مجرداً من التفاصيل. وبالتالي فإن شرط تكوين أمرٍ ما هو شرط لازم غير كاف ليكون هذا الأمر بعداً في ذلك الشيء. أما الشرط الكافي فإن استبعاده من الشيء يحولّه، أو يختصره إلى أشياء أخرى. والأبعاد تفيد التركيب، ولكن العكس غير صحيح بالضرورة، أي ليس كل ما يفيد التركيب يكون بعداً. وهذا ما يوقع البعض في سوء الاستخدام. وللتعرف على ما تعنيه كلمة أبعاد، لا بد من الإشارة إلى أن معرفتنا الحقيقية بمفهوم البعد ليست وليدة القراءة، بل هي محصلة لقدرتنا على الحركة في الاتجاهات المختلفة. فنقول إن المنحني أحادي البعد، لأن جسماً ملتصقاً به، يستطيع الحركة في اتجاه واحد، كحركة قطار على سكتته (بغض النظر عن الاتجاه). ومن ثم فإن هناك درجة واحدة من الحرية في الحركة، ونقول عن سطح مستو إنه ثنائي الأبعاد، لأن الحركة فيه تملك درجتين من الحرية، كحركة باخرة في البحر. بينما الفراغ

الذي نعيش فيه، وهو ما يدعى بالفراغ الأقلدي<sup>(٤)</sup>، له ثلاثة أبعاد<sup>(٥)</sup>. لأن حركة طائرة عمودية فيه، لها ثلاث درجات من الحرية. هذا وإن النقطة (كمفهوم هندسي) تدعى صفرية البعد لانتفاء الحركة فيها.

وإذا تناولنا الموضوع ببساطة، وهذا ما يعيننا في هذا المقام، فإننا نستطيع أن نقول: إن درجة الحرية في الحركة (كمفهوم مجرد)، تقرر عدد أبعاد الفراغ. إلا أن هذا المعيار لا يصح تطبيقه في مجال «الهندسة الكسورية The Fractal Geometry<sup>(٦)</sup>» التي هي خارج إطار هذا المقال.

### الأبعاد لغويا

إن كلمة أبعاد مستحدثة في اللغة العربية، وهي نتاج رياضي، لأنها ولدت وترعرعت في أحضان الرياضيات. وفي عودتنا إلى «لسان العرب» لابن منظور، لا نجد لها أثراً، بل نجد أن «البُعد: خلاف القرب. بُعد الرجل، بالضم، وبُعد، بالكسر بُعداً وبُعداً، فهو بعيدٌ وبُعدٌ، عن سيبويه، أي تباعد، وجمعها بُعداء. وقوله عز وجل في سورة السجدة «أولئك ينادون من مكان بعيد».

قال ابن عباس: سألو الرد حين لا رد. وقيل: من مكان بعيد، من الآخرة إلى الدنيا. وقال مجاهد: أراد من مكان بعيد من قلوبهم يبعد عنها ما يتلى عليهم لأنهم، إذا لم يعوا، فهم بمنزلة من كان في غاية البعد».

نستنتج مما تقدم، أن البعد مصدر، والمصدر اسم يدل على حدث مجرد من الزمن، وهو ماتعنيه هذه الكلمة أصلاً في اللغة العربية، وهو - حسب شرح ابن عباس - ليس مادياً بالمعنى الذي نعرفه. فالبعد الفاصل بين الدنيا والآخرة هو «مسافة» من نوع آخر. فنحن نتكلم عن عالمين مختلفين، غير متواجدين في آن واحد، والله أعلم. ولذلك لا نعرف طبيعة «المسافة» الفاصلة بينهما، إلا أنه لا بد من السفر والارتحال - بغض النظر عن طبيعتهما -

للانتقال ما بين هذين العالمين. بينما نستنتج من قول مجاهد، في هذا السياق، أن مفهوم البعد - كمصدر - شكل من أشكال المسافة المعنوية. وهو تعبير عن القدرة على إدراك ما يتلى عليهم.

وقال الليث: «يقال هو أبعد وأبعدون وأقرب وأقربون وأباعد وأقارب. والبعدان، جمع بعيد. ويقال: فلان من قربان الأمير ومن بعدانه. قال أبو زيد: يقال للرجل إذا لم تكن من قربان الأمير فكن من بعدانه. يقول: إذا لم تكن ممن يقترب منه فتباعد عنه لا يصبك شره. والأباعد: خلاف الأقارب، وهو غير بعيد عنك».

ومما تجدر الإشارة إليه، أن مفهوم البعد والقرب في اللغة العربية، لم يتضمن الاتجاه، فهو مؤشر للمسافة فقط. قال الأصمعي: «أتانا فلان من بُعد، أي من أرض بعيدة». ولتوضيح ما نرمي إليه، نفرض أن شخصاً يجلس في زاوية إحدى الغرف، فإن عدد النقاط، التي تبعد عنه بعداً متساوياً، غير متناه. وهي تشكل سطح ثمن كرة مركزها زاوية الغرفة، ونصف قطرها البعد المذكور.

وكذلك هناك البعد في النسب وعكسها القرب والقربة. والبعد: الهلاك، قال تعالى: «ألا بعداً لمدين كما بعدت ثمود»، (هود، ٩٥)، إلا أن هذا المعنى ليس له صلة ببحثنا.

وبعد: ضد قبل. قال الجوهري: «بعد نقيض قبل. وقال الليث: بعد كلمة دالة على الشيء الأخير، تقول: هذا بعد هذا». قبل وبعد هنا تفيدان الترتيب، على الرغم من أن هناك فاصلاً بينهما. وجاء في المعجم الوسيط أن «البعء: اتساع المدى. ويقولون في الدعاء عليه: «بعءاً له، هلاكاً. وقالوا إنه لذو بعد: ذو رأي عميق وحزم، ويقال: بعدك، يحذره شيئاً من خلفه».

وبعد هذا الاستعراض اللغوي لكلمة «بعد»، لم نعثر على كلمة أبعاد في أمهات الكتب اللغوية القديمة، على الرغم مما حوته، من تثنية، وجمع، واشتقاقات متعددة لهذه الكلمة<sup>(٧)</sup>. بل قد نجد لها في بعض القواميس الحديثة، فمثلاً وردت في «المنجد في اللغة والأدب والعلوم» للأب لويس معلوف. يقول: «بعد نقطتين على كرة: أصغر قوسي الدائرة الكبرى المارة بالنقطتين. بعدا المستطيل: طوله وعرضه. أبعاد المتوازي المستطيلات: طوله وعرضه وعلوه. بعد نقطتين: قطعة المستقيم الواصل بينهما».

نلاحظ مما سلف، أنه لم يقدم تعريفاً أو فكرة عن «البعد»، كمفهوم مجرد، وهذا، كما أظن، يستعصي على اللغة، بل عرفه في سياق حالات معينة. وكلمة «بعد» من الألفاظ المشتركة في اللغة العربية، أو كما يقول البعض، من المشترك اللفظي، لأننا قد صادفنا عدة معان لها. والمشارك - تعريفاً - هو ما اتحدت صورته واختلف معناه، ومنشأ ذلك، كما يقول أبو علي الفارسي<sup>(٨)</sup>: «اتفاق اللفظين واختلاف المعنيين ينبغي ألا يكون قصداً في الوضع ولا أصلاً، ولكنه من لغات تداخلت، أو أن تكون لفظة تستعمل للمعنى، ثم تستعار لشيء، فتكثر وتصير بمنزلة الأصل<sup>(٩)</sup>». وهذا ما حدث لكلمة «بعد» في الرياضيات، التي جمعت على أبعاد. والسياق هو الذي يعين أحد المعاني المشتركة لهذه اللفظة. وهذا جائز لغوياً، ذلك أن فقهاء اللغة يؤكدون أن الكلمة، يكون لها من المعاني بقدر ما لها من الاستعمالات، وتنوع الاستعمال يقتضي تنوع المعاني.

### الأبعاد رياضياً

إن مفهوم «البعد» قد شغل حيزاً لا بأس فيه من فكر بعض الرياضيين، منذ قرون خلت، كان أولهم اقليدس في كتابه «الأصول - The Elements». ومن المرجح أن أول من استخدم هذه الكلمة في التراث العلمي العربي



الإسلامي هو الفيلسوف الكندي<sup>(١٠)</sup>، فقد حفلت رسائله الفلسفية بالمفاهيم الرياضية بصورتها الجينية. واستخدمها في كتابه إلى المعتصم بالله في الفلسفة الأولى، حيث يقول: «والجزم جوهر طويل عريض عميق، أي ذو أبعاد ثلاثة»<sup>(١١)</sup>. وقد حاول الكندي أن يضع مفهوماً للفضاء (العظيم) على أساس ثلاثة أشياء متباينة (الخط والسطح والجزم)<sup>(١٢)</sup>.

كما استخدم كلمة «أبعاد»، على سبيل الذكر لا الحصر، أبو حيان التوحيدي في «المقاسبات»: «يقال: ما الجرم؟ الجواب [هو] ما له ثلاثة أبعاد، طول وعرض وعمق»<sup>(١٣)</sup>.

هذا وقد استخدمها بعضهم في التراث العلمي بمعنى «مسافات»، وهو عين المعنى اللغوي، ومن هؤلاء حاجي خليفة في «كشف الظنون عن أسامي الكتب والفنون»، حيث يقول عن (علم الأبعاد والأجرام): «وهو علم يبحث فيه عن أبعاد الكواكب عن مركز العالم ومقدار جرمها. أما بعدها فيعلم بمقدار واحد كنصف قطر الأرض، الذي يمكن معرفته بالفراسخ والأميال، وأما أجرامها فيعرف مقدارها كجرم الأرض».

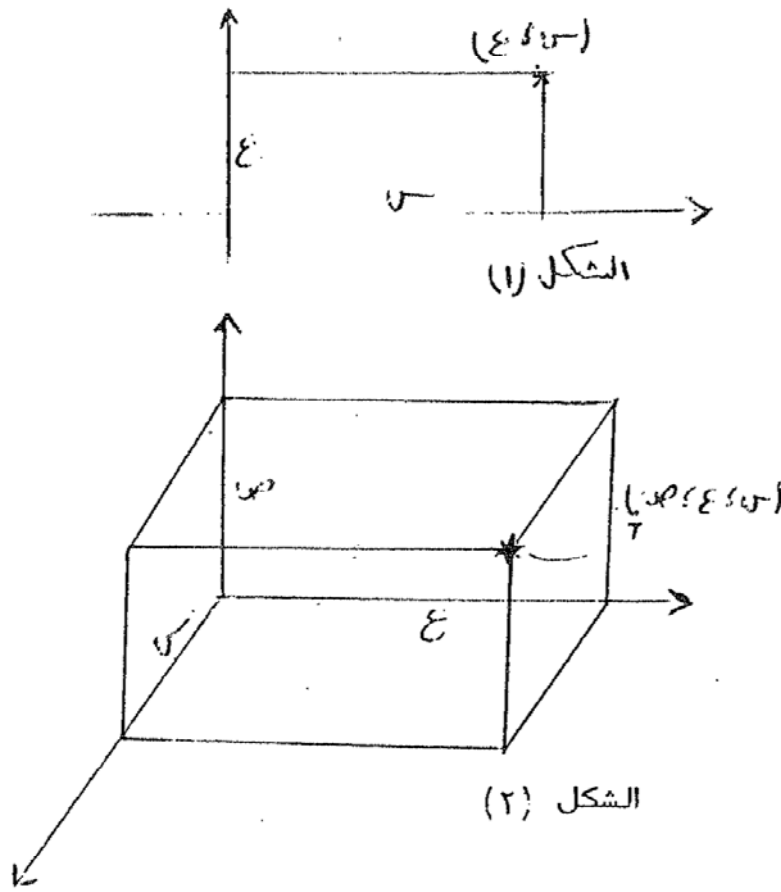
ومن هؤلاء أيضاً غياث الدين الكاشي صاحب كتاب (مفتاح الحساب)، حيث يقول: «مركز المثلث نقطة في سطحه يكون أبعادها عن جميع الأضلاع متساوية...»<sup>(١٤)</sup>؛ ويقصد ببعدها «مسافتها»، بينما نقول الآن إن النقطة الهندسية ليس لها أبعاد (عديمة الأبعاد)، أو بالأحرى فإننا نقبل بأن النقطة الهندسية عديمة الأبعاد.

كما استخدم الكاشي هذه الكلمة مراراً بمعان مختلفة في المصدر ذاته، فيقول: «الفصل الثاني في مساحة المثلث تعميماً واستخراج أبعاده بعضها عن بعض»<sup>(١٥)</sup>. ثم يقول: «وأما استخراج أبعاده بعضها عن بعض فمنها استعمال موقع العمود...»<sup>(١٦)</sup>، ويقصد بذلك بعض عناصر المثلث.

وهذا يشير إلى أنه لم يكن - في تلك الحقبة - ثمة انضباط رياضي صارم في استخدام هذه الكلمة.

وأما ابن خلدون فيقول في مقدمته: «... وتسمى التعاليم، أولها علم الهندسة، وهو النظر في المقادير على الإطلاق، إما المنفصلة من حيث كونها معدودة، أو المتصلة، وهي إما ذو بعد واحد وهو الخط، أو ذو بعدين وهو السطح، أو ذو أبعاد ثلاثة وهو الجسم التعليمي»<sup>(١٧)</sup>، وهو بذلك لم يخرج عن الإطار الذي حدده الكندي.

أما الرياضي والفيلسوف الفرنسي «بوانكاريه Poincaré» (١٨٥٤ - ١٩١٢)، فكان أول من نبّه في عام ١٩١٢، إلى ضرورة دراسة مفهوم «تعددية الأبعاد Dimensionality» بدقة وبعث، لما يعتره من الغموض رياضياً. هذا ومن وجهة النظر الرياضية فإننا نستطيع أن نفصل بين مفهومي البعد هندسياً وجبرياً، على الرغم من الترابط بينهما. ففي الهندسة، نقول عن شكل ما إنه أحادي البعد، إذا كان له طول فقط. ونقول إنه ثنائي الأبعاد، إذا كان له مساحة فقط، وثنائي الأبعاد إذا كان له حجم. ولذلك فإن أية نقطة من مستقيم يمكن تحديدها بعدد واحد، وهو بعدها عن نقطة معينة واقعة على المستقيم نفسه. والمستوي عبارة عن مجموعة الثنائيات (س، ع)، حيث س، ع عدنان حقيقيان، لأن أية نقطة منه يمكن تعيينها بهذين العددين. ويمكن تمثيل ذلك هندسياً حسب الشكل (١). والفراغ الأقليدي هو مجموعة الثلاثيات (س، ع، ص)، لأن أية نقطة منه تتحدد بهذه الأعداد الثلاثة. ويمكن تمثيل ذلك هندسياً حسب الشكل (٢). ومن ثم فإن عدد أبعاد شكل هندسي، هو عدد الإحداثيات اللازمة لتعيين نقطة ما فيه. بينما المفهوم الجبري للبعد، ببساطة، هو تعميم لما سلف، حيث نحصل على فضاءات مجردة (لا يمكن تصورها)، أبعادها أكثر من ثلاثة. وفضاء هنا



تعني تعميماً  
وتجريداً لمفهوم  
الفضاء الذي نعرفه  
ونعيش فيه.  
فالفضاء ذو الأبعاد  
الأربعة عبارة عن  
مجموعة الرباعيات  
(س، ع، ص، ق)،  
حيث س و ع  
و ص و ق أعداد  
حقيقية، وهلم جرا.  
ولا بد من الإشارة  
هنا إلى أن هناك  
بعض الفضاءات

المعينة، ذات الأبعاد غير المنتهية. وللوقوف على التعريف الرياضي للبعد في  
الفضاءات الشعاعية لا بد من العودة إلى الجبر الخطي<sup>(١٨)</sup>. لأنه يكاد يكون  
من المحال الحديث عنه بحلته الرياضية لأنه يتطلب معرفة مفاهيم رياضية  
عديدة (قوانين التشكيل الداخلية والخارجية، الزمرة، الفضاء الشعاعي،  
الارتباط والاستقلال الخطي...) وهذا خارج إطار هذه الدراسة.

وفي الختام لا بد من الإشارة إلى أنه ليس من الضروري أن تكون  
الأبعاد لشيء ما متماثلة، ومن النسيج ذاته. ولتوضيح ذلك نقف قليلاً عند  
قول بعضهم إن أبعاد الحياة ثلاثة، طول وعرض وعمق. فالبعد الأول (طول  
الحياة)، هو الفترة الزمنية التي يعيشها الإنسان، وهو مقدار عددي، وقابل

للقياس بالسنوات. والبعد الثاني (عرض الحياة)، يتضمن نشاط الإنسان، وحيويته، وصحته، واستمتاعه بالحياة، وإقباله عليها. وعندما نفقد أحد هذه العناصر فإن عرض الحياة يضيق ويصغر. وأما البعد الثالث (عمق الحياة)، فهو تأثير الإنسان في بيئته ومجتمعه. وهذا البعد هو أكثر الأبعاد أهمية لما له من نتائج ملموسة في تطور المجتمعات.

هذا وإذا كنا بصدد دراسة شيء معين، له خمسة مميزات مختلفة، هي موضع اهتمامنا، فإننا نستطيع أن نمثل معلوماتنا عن هذا الشيء على أنه فضاء ذو خمسة أبعاد.

وبوجه عام فإن أي نوع من التغيير يمكن أن يوحى إلى فضاء من نوع ما، ضمن ضوابط معينة.

## الحواشي

- (١) «عبقرية اللغة العربية»، د. عمر فروخ، دار الكتاب العربي، بيروت (لبنان)، ١٩٨١، الصفحة ٢٥٥.
- (٢) المرجع نفسه، الصفحة ٢٦٨.
- (٣) سيرد شرحه بعد قليل.
- (٤) نسبة إلى الرياضي الإغريقي أقليدس، الذي عاش في القرن الثالث قبل الميلاد.
- (٥) النظرية النسبية في الفيزياء ترى أن الزمن بعد رابع لهذا الفراغ.
- (٦) وهي من الأبحاث المعاصرة في الرياضيات. ويعود عمرها إلى حوالي عقدين من الزمن.
- (٧) من المعروف أن معاجم اللغة العربية تدون المعاني الأصلية للكلمة والمعاني التي طرأت عليها حتى نهاية القرن الأول للهجرة تقريباً.
- (٨) هو الحسن بن أحمد بن عبد الغفار، إمام من أئمة العربية، وتوفي عام ٣٧٧هـ.
- (٩) «المختص» لابن سيده.
- (١٠) هو يعقوب بن اسحاق بن الصباح، أبو يوسف الكندي، ولد في أواخر القرن الثامن الميلادي (حوالي ١٨٥هـ) كما يذهب دي بورفي «تاريخ الفلسفة في الإسلام».
- (١١) «كتاب الكندي إلى المعتصم بالله في الفلسفة الأولى»، تحقيق: د. أحمد فؤاد الأهواني، دار إحياء الكتب العربية (القاهرة)، ١٣٦٧هـ - ١٩٤٨م، الصفحة ٩٧.
- (١٢) لمزيد من المعلومات راجع مجلة «المعرفة»، وزارة الثقافة (دمشق)، العدد ٣٨٢، تموز ١٩٩٥، «الفكر الرياضي عند الكندي»، للكاتب.
- (١٣) ثلاثة رسمت (ثلاثة) في الأصل. المقابسات، أبو حيان التوحيد، تحقيق: حسن السندوبي، القاهرة، ١٩٢٩م، الصفحة ٣١٣. توفي التوحيد حوالي ٤٠٣هـ.

(١٤) «مفتاح الحساب»، جمشيد الكاشي (المعروف بغيث الدين)، تحقيق الأستاذ نادر النابلسي، وزارة التعليم العالي، دمشق، ١٣٩٧هـ - ١٩٧٧م، الصفحة ١٩٧. توفي الكاشي حوالي ١٤٣٦م.

(١٥) «مفتاح الحساب»، الصفحة ١٩٧.

(١٦) «مفتاح الحساب»، الصفحة ١٩٨.

(١٧) «مقدمة ابن خلدون»، دار الكتاب اللبناني، الطبعة الثانية، ١٩٦١، الصفحة ٤٧٨.

(١٨) وهو من العلوم الرياضية التي تعود جذورها إلى قرن ونيف، بيد أن الاهتمام به

ازداد اعتباراً من العقد الثالث في هذا القرن. ونجد مبادئه في مناهج نهاية المرحلة الثانوية.